

## طراحی و ساخت یک راهروندهی دوپای غیرفعال: تحلیل اثر پارامترهای ساختاری بر عملکرد، راندمان و پایداری قدمزنی

سید محمد هادی ساداتی<sup>۱\*</sup>، عبدالرضا اوحدی همدانی<sup>۲</sup>، مهیار نراقی<sup>۳</sup>

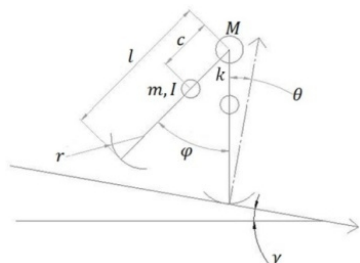
<sup>۱</sup> دانشجوی مقطع کارشناسی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران؛ [m\\_hadi\\_sadati@yahoo.com](mailto:m_hadi_sadati@yahoo.com)

<sup>۲</sup> دانشیار دانشکدهی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران؛ [a\\_r\\_ohadi@aut.ac.ir](mailto:a_r_ohadi@aut.ac.ir)

<sup>۳</sup> استادیار دانشکدهی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران؛ [naraghi@aut.ac.ir](mailto:naraghi@aut.ac.ir)

### مدل سازی [۱۲]<sup>۴</sup>

در شکل ۱ پارامترهای مدل مورد بررسی نشان داده شده است:  $m$  جرم پاها،  $M$  جرم متمرکز در مرکز ران،  $I$  اینرسی دورانی پاها حول مرکز جرم،  $l$  طول پاها،  $c$  فاصله‌ی مرکز جرم پاها از مرکز ران،  $\gamma$  شیب سطح،  $\theta$  زاویه بین پای ثابت و خط عمود بر سطح،  $\varphi$  زاویه بین دوپا و  $k$  سختی فنر مفصل ران.



شکل ۱: نمای ربات دوپای مورد بررسی

استخراج روابط حرکت و برخورد به روش ترکیبی TMT که برگرفته از بخشی از فعالیت‌های لاگرانژ می‌باشد انجام شده است. از ویژگی‌های این روش، سادگی، وضوح مراحل و بهینه بودن آن با هدف حل عددی بهینه و سریع تر است.

**بی‌بعد سازی:** با توجه به پیچیده بودن روابط مورد بررسی، می‌توان دسته‌ای از ورودی‌های بی‌بعد را تعریف کرد که بر اساس آن‌ها از بررسی دوباره‌ی ورودی‌ها با نتایج یکسان جلوگیری به عمل آید. بر این اساس مبنای بی‌بعدسازی برای ورودی‌های از جنس طول، اختلاف طول پا و شعاع کف پا  $(l - r)$ ، برای ورودی‌های از جنس جرم، جرم پا ( $m$ ) و برای پارامتر زمان، جذر طول پا تقسیم بر شتاب جاذبه  $(\sqrt{\frac{l-r}{g}})$  در نظر گرفته شده است.

### حل عددی

با هدف بررسی چرخه‌ی حدی مرتبه‌ی اول مدل و رفتار سیستم تا قبل از پدیده‌ی دوشاخگی، مدل گسترش یافته در محیط نرم‌افزار Matlab و بر اساس روابط استخراج شده به روش TMT شبیه‌سازی شده است. برای یافتن نقاط ثابت از روش نیوتن<sup>۵</sup> و

### چکیده

راهرونده‌های غیرفعال، ربات‌هایی هستند که وقتی بر روی شیئی کوچک و یکنواخت قرار می‌گیرند، می‌توانند حرکت سیکلی پایداری شبیه به راه رفتن را بدون هیچ کنترل خارجی، داشته باشند. مفهوم حرکت دینامیکی غیرفعال شبیه به راه رفتن، در اوایل دهه‌ی ۹۰ میلادی توسط مک‌گیر<sup>۱</sup> معرفی شد. کامل‌ترین نمونه از راهرونده‌های دوپای غیرفعال، نمونه‌ای سه بعدی با زانو و دست است که توسط تیم دانشگاه کرنل<sup>۲</sup> به سرپرست اندی روینا<sup>۳</sup> در سال ۲۰۰۱ ساخته شده است [۲]. در سال‌های اخیر تحقیقات بر روی راهرونده‌های دوپای غیرفعال و نیمه‌فعال در آزمایشگاه‌های بسیار دیگری در دنیا انجام گرفته و ادامه دارد [۷، ۹، ۱۱، ۳]. با توجه به تازگی سابقه‌ی بررسی و ساخت این نوع از راهرونده‌ها، توجه به اصول بهینه‌سازی در تعریف روند طراحی و ساخت آن‌ها و تعریف آزمایش‌های عملی و توجه به هم‌خوانی نتایج عملی و مباحث تئوری، موضوعاتی است که تا بحال توجه چندانی به آن‌ها نشده است.

در این مجموعه با گسترش ساده‌ترین مدل راهرونده [۱]، مدلی نزدیک‌تر به واقعیت در نظر گرفته شده و پس از بررسی روابط تحلیلی و ساده‌سازی آن‌ها، با تعریف تابع برازش مناسب براساس معیار راندمان حرکت، به کمک الگوریتم ژنتیک پارامترهای ساختاری مدل، بهینه‌یابی شده و مبنای ساخت مدل عملی راهرونده قرار گرفته است. پیش از ساخت و آزمایش مدل، با هدف نزدیک‌تر شدن برآوردهای تئوری به واقعیت، شبیه‌سازی راهرونده در نرم‌افزار ADAMS و مقایسه‌ی نتایج آن با نتایج مورد انتظار از حل عددی انجام می‌شود. سپس پارامترهای ساختاری مدل ساخته شده در ۴ مرحله آزمایش شده و نتایج حاصل از آزمایش‌های عملی و نتایج مورد انتظار از حل عددی روابط تئوری مقایسه شده و پیرامون هم‌خوانی یا تعارض نتایج، بحث خواهد شد.

**کلید واژه‌ها:** ساخت و طراحی دوپا، قدمزنی غیرفعال، بهینه‌سازی، آزمایش عملی دوپا

\* هم‌اکنون دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی شریف.

<sup>1</sup> McGeer

<sup>2</sup> Cornell University

<sup>3</sup> A. Ruina

<sup>۴</sup> روابط حرکت و شیوه‌ی استخراج آن‌ها به تفصیل در منبع شماره‌ی ۱۲ ارائه شده است.

<sup>۵</sup> Newton's method

سرعت بی‌بعد (عدد فرود) برای یک راه‌رونده به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$v_{nondimensional} = \frac{v_{model}}{\sqrt{\frac{l}{g}}} \quad (1)$$

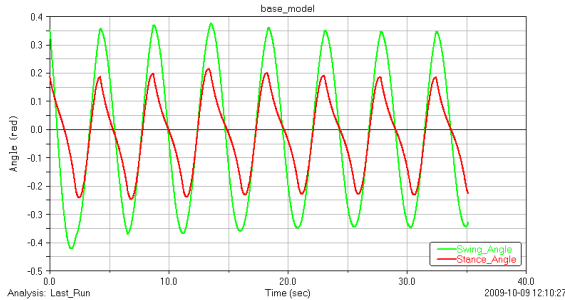
برای مقایسه‌ی انرژی مصرفی مدل‌های مختلف، باید مشخصات حرکتی آن‌ها را در شرایطی که همه دارای عدد فرود برابر باشند، با یکدیگر مقایسه کرد. بدین ترتیب میزان شیب و میزان سرعت بیانی از میزان انرژی مصرف شده توسط سیستم خواهد بود. برای مدل مورد بررسی در شیب ۰/۰۱ رادیان این مقدار برابر ۰/۱۷ است. (نمودار سرعت بی‌بعد بر حسب شیب: شکل ۳)

با بالا بردن تدریجی زوایای شیب، مقادیر ویژه را محاسبه نموده و آخرین زاویه برای پایداری چرخه‌ی مرتبه‌ی اول و آغاز پدیده‌ی دوشاخگی بدست می‌آید.

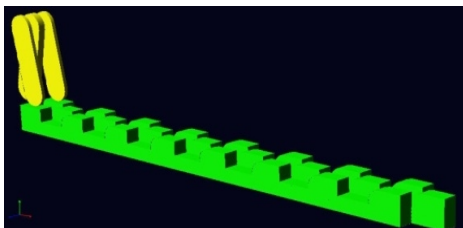
### شبیه‌سازی در نرم‌افزار MSC.ADAMS

ابتدا باید مقادیر ورودی حل عددی از حالت بی‌بعد خارج شوند. برای این منظور ضرائب بی‌بعدسازی اعمال می‌شوند. به‌عنوان مثال سرعت‌های زاویه‌ای پس از ضرب در مقدار  $(\sqrt{\frac{g}{l-r}} = 3.1315)$  به عنوان شرایط ورودی در شبیه‌سازی لحاظ شده‌اند. جدول ۲: مقایسه‌ی پارامترهای مورد انتظار برای مدل‌سازی بر اساس حل عددی مدل تحلیلی و مقادیری که در ازای آن‌ها شبیه‌سازی با موفقیت در نرم‌افزار MSC. Adams انجام شد.

| مشخصات سیستم                       |  |                              |  |
|------------------------------------|--|------------------------------|--|
| پارامتر                            | نماد                                   | مقدار مورد انتظار            | مقدار بکار گرفته شده یا بدست آمده در شبیه‌سازی |
| شیب سطح                            | $\gamma$                               | 0.01                         | 0.0115   |
| سرعت زاویه‌ای اولیه‌ی پای تکیه‌گاه | $\dot{\theta}$                         | -0.7484<br>(0.2390 * 3.1315) | -0.8126<br>(0.2390 * 3.4)                      |
| سرعت زاویه‌ای اولیه‌ی میان دویا    | $\dot{\phi}$                           | -0.1609<br>(0.0514 * 3.1315) | -0.1747<br>(0.0514 * 3.4)                      |
| سرعت بی‌بعد                        | $\frac{v_{model}}{\sqrt{\frac{l}{g}}}$ | 0.17                         | 0.168  |



شکل ۵: چرخه‌ی حدی حاصل از شبیه‌سازی

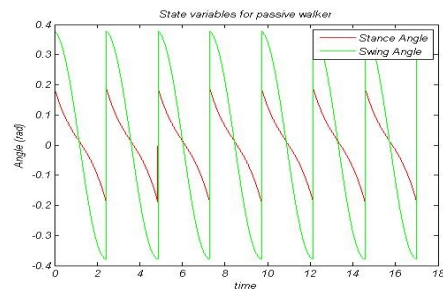


شکل ۶: محیط شبیه‌سازی نرم‌افزاری، شکل حفره حفره‌ی سطح شیبدار

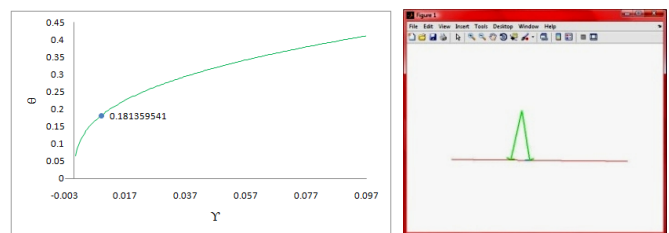
دستور fsolve نرم‌افزار استفاده شده است. در این روش ابتدا یک حدس اولیه برای نقطه‌ی ثابت زده شده و سپس با حرکت در جهت بردار گرادیان تابع گام در هر حدس جدید، به سمت نقطه‌ی ثابت نزدیک می‌شویم. برای حل معادلات نیز از روش رانگ-کوتای مرتبه‌ی چهار و دستور Ode113 نرم‌افزار استفاده شده است. همچنین برای محاسبه‌ی عددی مشتق جزئی تابع گام در نقطه‌ی ثابت، از الگوریتم اختلاف میانی<sup>۶</sup> که دقت مرتبه‌ی دوم دارد استفاده شده است.

مدل‌سازی: می‌توان برای پارامترهای جدول ۱ یک بازه‌ی پایداری چرخه‌ی مرتبه‌ی اول، بر حسب زوایای شیب بدست آورد. جدول ۱: پارامترهای ورودی و شرایط اولیه برای سیکل حدی پایدار.

| مشخصات سیستم                         |          |             | شرایط اولیه      |            |
|--------------------------------------|----------|-------------|------------------|------------|
| پارامتر                              | نماد     | مقدار       | $\theta$         | 0.2        |
| جرم بالا تنه                         | M        | 1           | $\dot{\theta}$   | -0.3       |
| جرم پاها                             | m        | 0.5         | $\phi$           | 0.4        |
| ممان اینرسی پا (حول مرکز جرم پا)     | I        | 0.02        | $\dot{\phi}$     | -0.3       |
| طول پا                               | l        | 1.2         | $\theta^*$       | 0.1894382  |
| فاصله‌ی مرکز جرم پا از محل اتصال ران | c        | 0.5         | $\dot{\theta}^*$ | -0.2390109 |
| شعاع انحنای کف پا                    | r        | 0.2         | $\phi^*$         | 0.3788765  |
| ثابت سختی فنر ران                    | k        | 0           | $\dot{\phi}^*$   | -0.0513970 |
| زاویه‌ی شیب                          | $\gamma$ | 0.01<br>rad |                  |            |

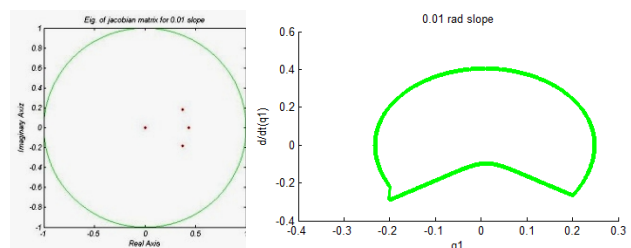


شکل ۲: چرخه‌ی حدی پایدار برای زاویه شیب ۰/۰۱ رادیان



شکل ۳: نمایش مدل در حال گام برداشتن و نمودار تغییرات زاویه‌ی

$\theta^*$  نقطه‌ی ثابت مدل، در ازای تغییر شیب



شکل ۴: نمودار فضای فاز برای چرخه‌ی حدی مرتبه‌ی اول و مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین حول نقطه‌ی ثابت سیستم در زاویه شیب ۰/۰۱ رادیان

<sup>6</sup> Central Difference

با انتخاب مقادیر مناسب برای طول و جرم پا که مبنای بی‌بعدسازی قرار گرفته‌اند، مقادیر جدول ۴ مبنای ساخت مدل قرار گرفته‌اند.

### ساخت و آزمایش مدل

با توجه به امکاناتی که مدل ساخته شده در اختیار می‌گذارد ۵ مرحله آزمایش تعریف شده است. ۱- حرکت مدل در شیب مشخص (۰/۱ رادیان). ۲- حرکت مدل در شیب متفاوت (۰/۰۹ رادیان). ۳- آزمایش مدل با وزنه‌های اضافه شده در بالا تنه (شیب ۰/۱ رادیان). ۴- آزمایش مدل با وزنه‌های اضافه شده در انتهای پایین پاها (شیب ۰/۱ رادیان). در هر مرحله آزمایش با آزمون و خطا به چرخه حرکتی تکرارپذیر برای مدل دست می‌یابیم. در شکل‌های زیر چند مرحله از این آزمایش‌ها دیده می‌شود.



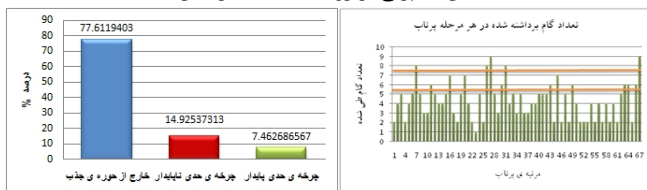
شکل ۷: مدل در حال قدم‌زنی بر روی شیب اولیه ۰/۱ رادیان



شکل ۸: مدل با دو وزنه‌ی ۲۰۰ گرمی اضافه شده در بالا تنه در حال قدم‌زنی بر روی شیب اولیه ۰/۱ رادیان



شکل ۹: مدل با وزنه‌های ۲۰۰ گرمی اضافه شده در انتهای پایین پاها در حال قدم‌زنی بر روی شیب ۰/۱ رادیان



شکل ۱۰: تعداد گام برداشته شده در هر مرحله پرتاب و نمودار بررسی آماری حوزه‌ی جذب پرتاب برای مدل اولیه بر روی شیب ۰/۱ رادیان

### نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در جدول ۵ نتایج بررسی آزمایش‌های عملی آورده شده است. نتیجه‌ی آزمایش‌ها با نتایج تئوری تا حد زیادی هم‌خوانی دارد.

مطابق جدول ۲ نمونه‌ی مدل شده در نرم‌افزار ADAMS، در ازای تغییر جزئی در ورودی‌های سرعت زاویه‌ای و شیب به حرکت گام برداشتن پایدار رسیده و بیش از ۱۵ قدم به حرکت خود ادامه می‌دهد. علت تفاوت در مقادیر، آن است که برخوردها در محیط شبیه‌سازی نرم‌افزار ایده‌آل نبوده و وجود لغزش یا برخورد چند مرحله‌ای انرژی اتلافی را افزایش می‌دهد. نمودار فضای فاز حاصل از شبیه‌سازی هم‌خوانی خوبی با نتایج حل عددی روابط تئوری دارد.

### طراحی راه‌رونده‌ی دوطا

روند طراحی نمونه شامل مراحل زیر است:

- ۱) انتخاب شکل کلی و مواد اولیه‌ی ساخت مدل
- ۲) تعیین پارامترهای ابعادی:
  - تعیین پارامترهای که در استخراج روابط، مبنای بی‌بعد سازی‌ها قرار داده شده‌اند. ( $m$  و  $l$ )
  - پارامترهایی که به دلیل محدودیت در امکانات فنی از مقدار یا تغییرات آن‌ها صرف‌نظر می‌شود. ( $k$  و  $I$ )
  - پارامترهای طراحی: پارامترهای باقیمانده پارامترهای طراحی است و بهینه مقدار آن‌ها به کمک بهینه سازی بر مبنای الگوریتم ژنتیک مقدار یابی شده‌اند.

**بهینه‌سازی:** مدل باید از سه نظر بهینه باشد: (۱) پایداری، (۲) راندمان، (۳) ابعاد حرکتی و شباهت حرکت به انسان برآورد پایداری بر اساس بررسی‌ها و مقایسه‌های آماری پیچیده و زمان‌بر است، از این رو تابع برازش با توجه به دو معیار سرعت بی‌بعد (نشان‌دهنده‌ی راندمان مصرف انرژی) و میزان نوسان زاویه‌ی پا (نشان‌دهنده‌ی نزدیکی شکل حرکت به شکل گام برداشتن انسان) تعریف شده است. با وارد کردن زاویه‌ی نوسان پای تکیه‌گاه به عنوان ضریب افزایشنده در تابع برازش خواهیم داشت:

$$fitness\ Function = \frac{\theta^*}{nondimensionam\ velocity} \quad (2)$$

از آن جا که جعبه ابزار بهینه سازی نرم افزار Matlab در جهت کمینه کردن مقدار تابع برازش پیش می‌رود، تابع برازش در حالت کمینه، بهینه خواهد بود. مقادیر بهینه برای پارامترهای طراحی مطابق جدول ۳ بدست می‌آید.

جدول ۳: مدل بهینه‌ی بدست آمده از الگوریتم ژنتیک

| مقدار عدد برازش                        |        | پارامترهای مورد بررسی |      |       | پارامترهای پیش‌فرض شده |
|--|--------|-----------------------|------|-------|------------------------|
| $\left(\frac{\theta^*}{v_{nd}}\right)$ |        | $M$                   | $c$  | $r$   | $k$                    |
| 0                                      | 0.8498 | 1                     | 0.35 | 0.365 | 0                      |

جدول ۴: مقدار پارامترهای نهایی جهت ساخت مدل

| مشخصات مدل |                           |      |                                  |
|------------|---------------------------|------|----------------------------------|
| واحد       | مقدار                     | نماد | پارامتر                          |
| $Kg$       | برابر مقدار $m$           | $M$  | جرم بالا تنه                     |
| $Kg$       | از روی مدل تعیین خواهد شد | $m$  | جرم پای                          |
| $Kg * m^2$ | 0                         | $I$  | ممان اینرسی پا (حول مرکز جرم پا) |
| $m$        | 0.25                      | $L$  | طول پا                           |
| $m$        | 0.09                      | $c$  | فاصله‌ی مرکز جرم پا از مفصل ران  |
| $m$        | 0.09                      | $r$  | شعاع انحنای کف پا                |

جدول ۵: نتایج آزمایش‌های عملی بر روی مدل

| پارامترهای فضای فاز   |           | راندمان حرکتی       |                    |                            | پایداری        |                            |                    |                                |
|---|-----------|---------------------|--------------------|----------------------------|----------------|----------------------------|--------------------|--------------------------------|
| $\theta$  | $\varphi$ | طول متوسط گام (CTR) | ثابت زمانی گام (S) | سرعت متوسط $(\frac{m}{s})$ | تعداد پرتاب‌ها | خارج از حوزه جذب (۱-۵ گام) | ناپایدار (۶-۷ گام) | حوزه جذب پایدار (بیش از ۸ گام) |
| مدل اولیه بر روی شیب ۰/۱ رادیان   |           |                     |                    |                            |                |                            |                    |                                |
| 22.5°   | 45°       | 8.25                | 2                  | 0.17                       | 67             | 52 (78%)                   | 10 (15%)           | 5 (7%)                         |
| مدل اولیه بر روی شیب ۰/۰۹ رادیان  |           |                     |                    |                            |                |                            |                    |                                |
| 27.5°   | 55°       | 5                   | 2                  | 0.15                       | 100            | 37 (37%)                   | 45 (45%)           | 18 (18%)                       |
| مدل با دو وزنه‌ی ۲۰۰ گرمی اضافه شده در بالاتنه بر روی شیب اولیه ۰/۱ رادیان    |           |                     |                    |                            |                |                            |                    |                                |
| 32.5°   | 65°       | 10                  | 2                  | 0.2                        | 59             | 40 (68%)                   | 7 (12%)            | 12 (20%)                       |
| مدل با وزنه‌های ۲۰۰ گرمی اضافه شده در انتهای پایین پاها بر روی شیب ۰/۱ رادیان |           |                     |                    |                            |                |                            |                    |                                |
| 25°   | 50°       | 5.5                 | 2                  | 0.14                       | 69             | 21 (31%)                   | 22 (32%)           | 25 (37%)                       |

مشخصات حرکتی مدل بر شیب ۰/۱ رادیان را مبنای مقایسه

قرار می‌دهیم. در این حالت وسعت حوزه جذب تنها ۷ درصد است. در مرحله‌ی بعد برای آزمایش مدل بر روی شیب ۰/۰۹ رادیان، طبق انتظار با کاهش شیب، طول گام و سرعت متوسط کاهش و زوایای نقاط ثابت افزایش می‌یابد. ثابت زمانی قدم برداشتن طبق انتظار همواره ثابت است. اما وسعت حوزه جذب از آزمایش بر روی شیب ۰/۱ رادیان بیشتر بوده و برابر ۱۸ درصد است. این مطلب غیر طبیعی است. برای مدل با وزنه‌های افزوده شده در مفصل ران، طبق انتظار با افزودن وزن بالاتنه نسبت به حالت اولیه، طول گام و سرعت متوسط و زوایای نقاط ثابت افزایش می‌یابد. ثابت زمانی قدم برداشتن طبق انتظار همواره ثابت است. وسعت حوزه جذب نیز از آزمایش بر روی شیب ۰/۱ رادیان بیشتر بوده و برابر ۲۰ درصد است. با افزودن وزنه به پایین پای مدل، طبق انتظار نسبت به حالت اولیه، طول گام و سرعت متوسط کاهش و زوایای نقاط ثابت افزایش می‌یابد. ثابت زمانی قدم برداشتن نیز ثابت می‌ماند، اما وسعت حوزه جذب از آزمایش بر روی شیب ۰/۱ رادیان بسیار بیشتر بوده و برابر ۳۷ درصد است. همانند آنچه در آزمایش برای گام برداشتن مدل بر روی شیب کمتر ۰/۰۹ رادیان دیده شد، این مطلب غیر طبیعی است.

برای اثرهای غیرقابل انتظار کاهش شیب و یا افزودن وزن به پایین پاها و پایین آوردن محل مرکز جرم پاها بر افزایش پایداری، با توجه به هم‌خوانی برخی آثاری که تغییر این دو پارامتر بر خصوصیات حرکتی مدل داشته‌اند، می‌توان علت این موضوع را در شرایط برخورد با دانش دانست. بررسی فیلم‌های آزمایش نشان می‌دهد که برخوردها با لغزش و بازگشت همراه هستند. این پدیده با افزایش

سرعت برخورد افزایش می‌یابد، بطوری که با افزایش شیب یا بالا بردن مرکز جرم یا با افزایش جرم بالاتنه و بطور کل هر تغییر که سرعت پا در زمان برخورد را افزایش دهد، شدت یافته و شرایط برخورد بیش از پیش از شرایط ایده‌آل فاصله می‌گیرد. علت افزایش تعداد پرتاب‌های سالم و حوزه‌ی جذب محاسبه شده، کم شدن سرعت حین برخوردها است. از این مطلب اهمیت توجه به انتخاب مواد مناسب برای جذب ضربه در کف پای مدل و مسیر حرکت مشخص می‌شود، بطوری که با استفاده از موادی با قابلیت جذب ضربه‌ی بیشتر، می‌توان به برخوردهای ایده‌آل و پیش‌بینی‌های تئوری نزدیک‌تر شد.

## مراجع

- [1] Garcia, Mariano, Chatterjee, Anindya, Ruina, Andy, Coleman, Michael, 1998. "The Simplest Walking Model Stability, Complexity, and Scaling", Department of Theoretical and Applied Mechanics, Cornell University, USA.
- [2] Collins, Steven. Ruina, Andy. 2005. "A Bipedal Walking Robot with Efficient and Human-Like Gait". Supported by NFS Biomechanical Grants.
- [3] Hobbelen, Daan. Wisse, Martijn. 2007. "Limit Cycle Walking". Humanoid Robots: Human-like Machines. [www.techonline.com](http://www.techonline.com).
- [4] Ning Liu, Junfeng Li, Tianshu Wang. 2008. "Passive walker that can walk down steps: simulations and experiments". Acta Mech Sin. 24:569-573
- [5] Johnston, Thomas, 2004. "A Limit Cycle Analysis of the Simplest Passive Dynamic Walker", Dept. of Biomechanical Engineering, USDAVIS.
- [6] Kruz, Max J. N. Judkins, Timothy. 2008. "A Passive Dynamic Walking Robot That Has a Deterministic Nonlinear Gait". Elsevier Publisher. Journal of Biomechanics.
- [7] Camp, John. 1997. "Powered "Passive" Dynamic Walking". The Sibley School of Mechanical and Aerospace Engineering. Cornell University. USA.
- [8] Wisse, M. Schwab, A.L. 2004. "Passive dynamic walking model with upper body". Biped Laboratory. Faculty of Mechanical Engineering. Delft University of Technology. Netherlands.
- [9] Wisse, M. 2004. "Essentials of Dynamic Walking, Analysis and Design of Tow-Legged Robots". Delft University. Netherlands. ISBN 90-77595-82-1
- [10] Tehrani Safa, Ali. Ghaffari saadat, Mohammad. Naraghi, Mahyar. 2007. "passive dynamic of the simplest walking model, replacing ramps with stairs" Elsevier Publication. Mechanism and Machine Theory. 1314-1325
- [11] Tedrake, Russ. W, Zhang. Fong, Ming-fai. 2002 "Actuating a Simple 3D Passive Dynamic Walker". Massachusetts Institute of Technology. USA.
- [۱۲] ساداتی، سید محمد هادی. ۱۳۸۹. "طراحی و ساخت راه‌رونده‌ی دوپای غیرفعال". پایان‌نامه‌ی کارشناسی. دانشکده‌ی مهندسی مکانیک. دانشگاه صنعتی امیرکبیر. تهران.