

مدل سازی دینامیکی و بهینه سازی حرکت بازوی رباتی با پایه متحرک کابلی با وجود مانع در محیط

دکتر هاشم غریبلو^۱، رضاشریفی^۲، سید محمدهادی ساداتی^۳

^۱ دانشگاه زنجان ghariblu@znu.ac.ir

^۲ دانشگاه آزاد تهران واحد علوم و تحقیقات sharifi.reza64@gmail.com

^۳ دانشگاه صنعتی شریف m.hadi.sadati@gmail.com

چکیده

ربات کابلی در این مکانیزم ترکیبی، ایجاد حرکت های بزرگ برای پایه بازوی مکانیکی و افزایش فضای کاری آن است. در ارتباط با مدل سازی دینامیکی و بهینه سازی حرکت رباتهای کابلی تحقیقات مختلفی انجام شده است [۳-۴]، ولی در هیچ یک از آنها به ترکیب حرکت بازو و پایه کابلی اشاره نشده است. در ادامه این مقاله با ترکیب یک بازوی رباتی ۶ درجه آزادی به نام کاتانا ساخت شرکت نورونیکس^۴ (شکل ۱) [۵] با یک ربات کابلی ۴ کابله در فضای کاری مکعبی شکل (شکل ۲)، ابتدا به تحلیل معادلات سینماتیکی مجموعه پرداخته شده و در بخش بعدی معادلات دینامیکی بازو استخراج می شود [۶]. سپس با استفاده از نرم افزار مطلب^۵ این معادلات شبیه سازی شده و به دو روش الگوریتم ژنتیک و روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی [۷] با تابع هدف کمترین توان مصرفی حرکت بازو بین دو نقطه دلخواه و مشخص در حضور مانعی کروی شکل انجام می پذیرد. در نهایت نتایج حاصل از بهینه سازی مورد و تجزیه و تحلیل قرار می گیرد.

رباتهای کابلی جز رباتهای موازی دسته بندی می شوند و به دلیل فضای کاری وسیع، اینرسی کم و سرعت جابجایی بالا دارای مزایای منحصر به خود می باشند. با نصب یک بازوی رباتی روی این رباتها (به عنوان پایه متحرک) ضمن افزایش فضای حرکتی بازوی مکانیکی، قابلیت مانور و انجام وظیفه به میزان زیادی افزایش می یابد. در این مقاله با ترکیب حرکتی یک ربات چهار کابلی به عنوان پایه متحرک و یک بازوی مکانیکی با ۶ درجه آزادی، روابط سینماتیکی مستقیم و معکوس و همچنین روابط دینامیکی مجموعه بدست آمده و از روی آنها معادلات لازم برای شبیه سازی حرکت بازو استخراج می شود. سپس، به دو روش الگوریتم ژنتیک و همچنین روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی^۱، با تعریف تابع توان مصرفی به عنوان تابع هدف (معیار کارایی)^۲، حرکت بازو در حضور مانعی کروی شکل و با قيود سرعتها، زوایا و گشتاور موتورها بدست می آید. در نهایت نتایج بدست آمده از دو روش بهینه سازی با یکدیگر مقایسه می شوند.

واژه های کلیدی

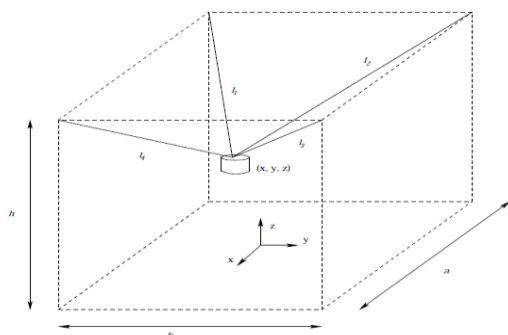
ربات کابلی - پایه متحرک کابلی - بهینه سازی توان مصرفی - روش برنامه ریزی غیرخطی

مقدمه

یکی از انواع ربات های موازی که در دو دهه اخیر مورد توجه قرار گرفته است، ربات هایی هستند که در آن ها از کابل ها به عنوان کار انداز^۳ استفاده شده و جابجایی و کنترل موقعیت مجری نهایی^۴ توسط آن ها صورت می گیرد. استفاده از عملگرهای کابلی یکی از راه حل های مفید و مناسب برای ربات ها به منظور انجام کار در ابعاد بسیار بزرگ و در محیط های خطرناک مانند مونیتورینگ^۵، کنترل و نمونه برداری از سازه های بزرگ سایت های هسته ای و مخازن بزرگ، و مکانهای دما بالا است [۱-۲]. با ترکیب توانایی یک بازوی رباتی و ربات کابلی می توان از قابلیت هر دو نوع ربات استفاده کرد. نقش



(شکل ۱): ربات کاتانا با شش درجه آزادی



(شکل ۲): فضای کاری ربات کابلی

سینماتیک و دینامیک سیستم

با توجه به شکل ۲، l_i طول کابل i ام $\{i=1, \dots, 4\}$ و a, b, h ابعاد فضای کاری است که طول هر یک از کابلها را می توان با توجه به موقعیت پایه ربات و موقعیت نقطه بالای پولی های کابلها بدست آورد.

$$l_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 \quad (1)$$

که در این رابطه (x, y, z) موقعیت پایه و (x_i, y_i, z_i) موقعیت نقطه بالای پولی i ام است. سیستم مختصات مرجع نیز همانطور که در شکل نشان داده شده در مرکز ضلع پائینی قرار گرفته است. در شکل برای وضوح بیشتر پولی ها حذف شده اند و همچنین طول کابلها نیز از قسمت بالائی پولی ها اندازه گیری می شود.

سینماتیک مستقیم ربات کابلی

با توجه به شکل ۲، موقعیت هر یک از پولی ها را می توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} (x_1, y_1, z_1) &= \left(\frac{-a}{\gamma}, \frac{-b}{\gamma}, h\right) \\ (x_2, y_2, z_2) &= \left(\frac{-a}{\gamma}, \frac{b}{\gamma}, h\right) \\ (x_3, y_3, z_3) &= \left(\frac{a}{\gamma}, \frac{b}{\gamma}, h\right) \\ (x_4, y_4, z_4) &= \left(\frac{a}{\gamma}, \frac{-b}{\gamma}, h\right) \end{aligned} \quad (2)$$

در موقعیت مشخصی از مختصات پایه، روابط طول کابلها بصورت زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} l_1 &= \sqrt{\left(x + \frac{a}{\gamma}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{\gamma}\right)^2 + (z - h)^2} \\ l_2 &= \sqrt{\left(x + \frac{a}{\gamma}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{\gamma}\right)^2 + (z - h)^2} \\ l_3 &= \sqrt{\left(x - \frac{a}{\gamma}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{\gamma}\right)^2 + (z - h)^2} \\ l_4 &= \sqrt{\left(x - \frac{a}{\gamma}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{\gamma}\right)^2 + (z - h)^2} \end{aligned} \quad (3)$$

این معادلات می توانند برای محاسبه دوباره طولهای مورد نیاز کابل برای بدست آوردن موقعیت پایه استفاده شوند.

سینماتیک معکوس ربات کابلی

برای حل سینماتیک معکوس با در نظر گرفتن کابلهای ۱، ۲ و ۳ بعنوان کابلهای فعال برای (x, y, z) داریم:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\gamma a} (l_1^2 - l_2^2) \\ y &= \frac{1}{\gamma b} (l_1^2 - l_3^2) \\ z &= h - \sqrt{l_1^2 - \left(x + \frac{a}{\gamma}\right)^2 - \left(y + \frac{b}{\gamma}\right)^2} \end{aligned} \quad (4)$$

در این روابط باید مطمئن بود که همیشه $z \leq h$ باشد. با مشتق گیری از روابط طول کابلها می توان به روابط سرعت کابلها رسید.

$$\begin{aligned} \dot{l}_1 &= \frac{1}{l_1} \left[\dot{x} \left(x + \frac{a}{\gamma}\right) + \dot{y} \left(y + \frac{b}{\gamma}\right) + \dot{z} (z - h) \right] \\ \dot{l}_2 &= \frac{1}{l_2} \left[\dot{x} \left(x + \frac{a}{\gamma}\right) + \dot{y} \left(y - \frac{b}{\gamma}\right) + \dot{z} (z - h) \right] \\ \dot{l}_3 &= \frac{1}{l_3} \left[\dot{x} \left(x - \frac{a}{\gamma}\right) + \dot{y} \left(y - \frac{b}{\gamma}\right) + \dot{z} (z - h) \right] \\ \dot{l}_4 &= \frac{1}{l_4} \left[\dot{x} \left(x - \frac{a}{\gamma}\right) + \dot{y} \left(y + \frac{b}{\gamma}\right) + \dot{z} (z - h) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

که در بحث شبیه سازی می توان با داشتن موقعیت های x, y, z و مشتقات آنها در هر لحظه نمودارهای موقعیت و سرعت طول کابلها را رسم کرد.

تحلیل دینامیکی ربات کابلی

معادلات دینامیک اصلی حرکت را می توان توسط روابط لاگرانژ بدست آورد [۸]، که این روابط را می توان بر حسب انرژی پتانسیل (P) ، انرژی جنبشی (K) ، نیروها و گشتاورهای وارده بصورت زیر نوشت.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial K(q, \dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial P(q)}{\partial q} = \tau \quad (6)$$

که با بسط و گسترش رابطه بالا، رابطه ساده ماتریسی زیر بدست می آید.

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (7)$$

که در آن $M(q)$ ماتریس جرمی که بطور مستقیم از رابطه انرژی جنبشی K و $G(q)$ از انرژی پتانسیل بدست می آیند و V بیانگر نیروهای کوریولیس^۱ و گریز از مرکز^۲ است، که با توجه به رابطه های بالا ماتریس های M و G بصورت زیر تعریف می شوند.

$$\begin{aligned} M(q) &= mJ(q)^T J(q) \\ G(q) &= \frac{\partial P(q)}{\partial q} \end{aligned} \quad (8)$$

Coriolis^۱
centrifugal^۲

$$\begin{aligned}
r_{11} &= c_1 c_{23} c_5 + s_1 s_5 \\
r_{12} &= -c_1 c_{23} s_5 + s_1 c_5 \\
r_{13} &= c_1 s_{23} \\
r_{21} &= s_1 c_{23} c_5 - c_1 c_5 \\
r_{22} &= -s_1 c_{23} s_5 - c_1 c_5 \\
r_{23} &= s_1 s_{23} \\
r_{31} &= c_5 s_{23} \\
r_{32} &= -s_5 s_{23} \\
r_{33} &= -c_{23} \\
P_x &= c_1 (a_1 + a_2 c_2 + a_3 c_{23} + d_5 s_{23}) \\
P_y &= s_1 (a_1 + a_2 c_2 + a_3 c_{23} + d_5 s_{23}) \\
P_z &= (d_1 + a_2 s_2 + a_3 s_{23} - d_5 s_{23})
\end{aligned} \quad (13)$$

معادلات سینماتیک معکوس بازو

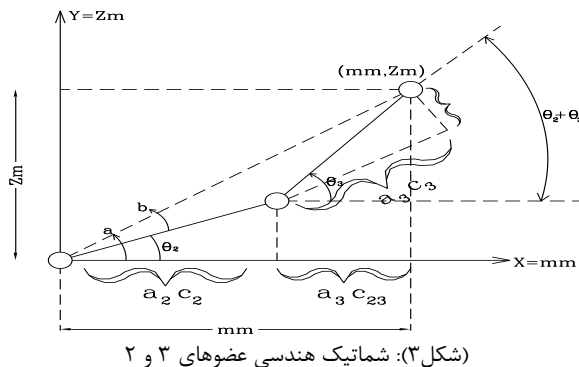
سینماتیک معکوس را برای حالتی حل می کنیم که موقعیت نوک بازو و جهت گیری فضایی آن مشخص باشد به عبارت دیگر همه ترم های ماتریس T را داشته باشیم.

$$\theta_1 = \text{Atan2} \left(\frac{P_y}{P_x} \right) \quad (14)$$

$$c_1 r_{13} - s_1 r_{23} = c_1^2 s_{23} + s_1^2 s_{23} = s_{23}$$

$$\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = \text{Atg2} \left((c_1 r_{13} - s_1 r_{23}) / -r_{33} \right)$$

برای بدست آوردن زوایای دیگر، بازو را صفحه ای کرده و ابعاد را تصویر می کنیم (شکل ۳). داریم:



(شکل ۳): شماتیک هندسی عضوهای ۲ و ۳

$$\cos \theta_2 = \frac{mm^2 + Zm^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 a_3}, \sin \theta_2 = \pm \sqrt{1 - c_2^2}$$

$$\theta_2 = \text{Atan2} \left(\frac{s_2}{c_2} \right) \quad (15)$$

$$a = \text{Atan2} (Zm/mm)$$

$$b = \text{Atan2} (a_3 s_2 / (a_2 + a_3 c_2))$$

$$\theta_3 = a - b \quad (16)$$

$$\theta_4 = (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - \theta_2 - \theta_3 \quad (17)$$

$${}^{\Delta}T = {}^{\Gamma}T^{-1} {}^{\Delta}T \rightarrow \theta_{\Delta} = \text{Atan2} \left(\frac{s_{\Delta}}{c_{\Delta}} \right) \quad (18)$$

که در آنها J ماتریس ژاکوبین^{۱۰} است که سرعتها را از فضای کابلها به فضای کارترین تبدیل می کند.

ماتریس های کوریولیس و گریز از مرکز نیز توسط نمادهای کریستفل^{۱۱} بیان می شوند. المان ردیف kام و ستون جام ماتریس V بصورت زیر قابل تعریف است.

$$\vartheta_{kj} = \sum_{i=1}^n C h_{ijk} \dot{q}_i \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{r} \left(\frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial m_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_i \quad (10)$$

که ch نماد کریستفل، mij المان ردیف ام و ستون جام ماتریس M است. همچنین ماتریس های جرمی مثبت متقارن و کوریولیس و گریز از مرکز در فضای لینکها به شکل زیر تعریف می شوند.

$$M(q) = \frac{1}{h} M'(q)$$

$$V(q, \dot{q}) = \frac{1}{h^2} V'(q, \dot{q}) \quad (11)$$

که در آن

$$\begin{aligned}
h &= (a^2 + b^2) l_1^2 - 2a^2 l_1^2 - 2b^2 l_1^2 - a^2 b^2 l_1^2 + a^2 l_1^4 \\
&\quad + 2a^2 b^2 l_1^2 + b^2 l_1^4 + a^2 b^2 l_1^2 - 4a^2 b^2 l_1^2 + a^2 b^4 \\
&\quad + a^2 b^4
\end{aligned}$$

و همچنین ورودی های نمونه برای M' و V' بصورت زیر می باشند:

$$m_{11} = m l_1^2 (-4a^2 l_1^2 + l_1^2 + l_1^2 + a^2 - 2a^2 l_1^2 - 2l_1^2 l_1^2 + 2a^2 l_1^2)$$

$$v_{11} = m l_1^2 l_1 ((a^2 + b^2) l_1^4 + b^2 l_1^4 + (-4b^2 - 2a^2) l_1^2 + \dots)$$

تحلیل ربات ۶ درجه آزادی کاتانا

ربات فوق با گیرنده نهایی، دارای ۶ درجه آزادی دورانی است که از ۵ درجه آزادی آن برای حل دینامیک معکوس استفاده می کنیم.

با استفاده از روش دینامیت هارتنبرگ ماتریس تبدیل کلی را

بصورت زیر نمایش می دهیم.

$${}^{\Delta}T = {}^{\Gamma}T^{-1} {}^{\Delta}T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

که در آن Γ بیانگر تبدیل دورانی و p بیانگر تبدیل انتقالی است. پس از ضرب و ساده سازی ماتریس ها داریم:

jacobian^{۱۰}
christoffel^{۱۱}

تحلیل دینامیکی بازو

اگر دستگاه مختصات فرض شده روی بازو در حل سینماتیک مستقیم را معتبر بدانیم و تنها جهت g را برابر $+y$ بگیریم و حرکت در دو راستای پایه را هم معتبر بدانیم، ماتریس موقعیت مراکز جرم و زاویه دوران اینرسی ها برحسب متغیرهای دستگاه عمومی به شرح زیر است:

$$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, x, y, z$$

ϕ زاویه دوران مطلق است.

$$\dot{T} \xrightarrow{m_1, l_1} \begin{cases} x_1 = x \\ y_1 = y \\ z_1 = c_1 \\ \phi_1 = \theta_1 \hat{e}_1 \end{cases}$$

$$\dot{T} \xrightarrow{m_2, l_2} \begin{cases} x_2 = \cos \theta_1 \cos \theta_2 c_2 + x \\ y_2 = y + \sin \theta_1 \cos \theta_2 c_2 \\ z_2 = c_2 \sin \theta_2 + l_1 \\ \phi_2 = \theta_1 \hat{e}_1 + \theta_2 \hat{e}_2 \end{cases}$$

$$\dot{T} \xrightarrow{m_3, l_3} \begin{cases} x_3 = x + \cos \theta_1 (c_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_2 \cos \theta_3) \\ y_3 = y + \sin \theta_1 (c_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_2 \cos \theta_3) \\ z_3 = c_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + l_2 \sin \theta_3 + l_1 \\ \phi_3 = \theta_1 \hat{e}_1 + \theta_2 \hat{e}_2 + \theta_3 \hat{e}_3 \end{cases}$$

$$\dot{T} \xrightarrow{m_4, l_4} \begin{cases} x_4 = x + \cos \theta_1 (l_3 \cos \theta_3 + l_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) + c_3 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ y_4 = y + \sin \theta_1 (l_3 \cos \theta_3 + l_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) + c_3 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ z_4 = l_1 + l_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) - c_4 \cos(\theta_4 + \theta_3 + \theta_2) \\ \phi_4 = \theta_1 \hat{e}_1 + \theta_2 \hat{e}_2 + \theta_3 \hat{e}_3 + \theta_4 \hat{e}_4 \end{cases}$$

$$\dot{T} \xrightarrow{m_5, l_5} \begin{cases} x_5 = x + \cos \theta_1 (l_4 \cos \theta_4 + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) + c_4 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ y_5 = y + \sin \theta_1 (l_4 \cos \theta_4 + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) + c_4 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ z_5 = l_1 + l_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) - c_5 \cos(\theta_5 + \theta_4 + \theta_3) \\ \phi_5 = \theta_1 \hat{e}_1 + \theta_2 \hat{e}_2 + \theta_3 \hat{e}_3 + \theta_4 \hat{e}_4 + \theta_5 \hat{e}_5 \end{cases} \quad ml$$

لاگرانژین را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$L_1 = E_k - E_{pu} \quad (19)$$

حال برای محاسبه ممانها و نیروهای محرک خطی داریم:

$$T_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \left(\frac{\partial L_1}{\partial \theta_i} \right), F_x = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{x}} \right) - \left(\frac{\partial L_1}{\partial x} \right)$$

$$F_y = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{y}} \right) - \left(\frac{\partial L_1}{\partial y} \right), F_z = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{z}} \right) - \left(\frac{\partial L_1}{\partial z} \right)$$

شبیه سازی معادلات بازو و کابلها

بطور کلی طراحی کنترل کننده در روشهای کنترل کلاسیک یک فرایند سعی و خطا می باشد، که در آن از روش های گوناگون تحلیلی به صورت مکرر استفاده می شود تا به سیستم قابل قبول دست یابند. کارایی و بازده معمول از جمله زمان صعود، زمان نشست، بیشینه فراجهش، حد بهره و فاز و پهنای باند که به طور کلی در فضای زمان و فرکانس مطرح می شوند، دایره وسیعی از شرایط را دربر می گیرند که باید، به نحو مناسب رعایت گردند. بنابراین در مسائل پیچیده یا سیستم های چند ورودی - چند خروجی^{۱۲} دیگر کنترل کلاسیک جوابگو نبوده و به کنترل پیشرفته تری نیاز است. به این روش کنترلی، کنترل بهینه^{۱۳} می گویند. این تئوری به ویژه پس از توسعه کامپیوترهای دیجیتال امکان تحقق و پیشرفت یافت. بطور کلی هدف از تئوری کنترل بهینه، دستیابی به یک سیگنال کنترلی می باشد که هم زمان با برآورده کردن قیود فیزیکی حاکم بر سیستم به بیشینه یا کمینه کردن یک معیار کارایی بپردازد.

تابع هدف

به منظور ارزیابی کمی کارایی سیستم، طراحان به انتخاب معیار کارایی می پردازند. بطور کلی کنترل بهینه به روشی اتلاق می گردد که تابع کمی معیار کارایی سیستم را کمینه یا بیشینه کند. [۹] همانطور که گفته شد ما می خواهیم بازو مسیری را در حضور مانعی که ابعاد آن مشخص است بییماید و در ضمن عدم برخورد به مانع، مسیری را بییماید که کمترین توان مصرفی را داشته باشد. به همین منظور تابع توان مصرفی را به عنوان تابع هدف در الگوریتم بهینه سازی تعریف می کنیم (توان مصرفی مجموع توانهای مصرفی موتورهای و نیروهای پایه است).

$$\sum_1^8 |T_i * \omega_i| \quad (20)$$

قیود بهینه سازی

همانطور که گفته شد مسئله طی مسیری توسط بازوست با هدف کمترین توان مصرفی و همچنین عدم برخورد به مانعی کروی در حین مسیر. بنابر این یکی از قیود مسئله تعریف مانع کروی است.

$$x^2 + y^2 + (z - 0.6)^2 = (0.15)^2 \quad (21)$$

پس از اطمینان از عدم برخورد به مانع برای کنترل بیشتر بازو قیودی را نیز برای حداقل و حداکثر زوایای مفاصل، سرعت های زاویه ای آنها، گشتاور موتورها و نیز نیروهای وارد بر پایه ربات کابلی، بکار می بریم که بصورت زیر هستند:

$$T_i < 20 \text{ N.m}, \quad F_x, F_y, F_z < 50 \text{ N}$$

$$\dot{\theta}_i < \frac{\pi \text{ Rad}}{\gamma \text{ s}} \quad , \quad \dot{x}, \dot{y}, \dot{z} < \frac{\pi \text{ Rad}}{\gamma \text{ s}}$$

$$-\pi < \theta_1 < \pi \quad , \quad 0 < \theta_\gamma < \frac{\pi}{\gamma} \quad (22)$$

$$-\frac{\Delta\pi}{\epsilon} < \theta_\gamma, \theta_\epsilon < \frac{\Delta\pi}{\epsilon} \quad , \quad -\pi < \theta_\Delta < \pi$$

روشهای بهینه سازی

همانطور که مشاهده میشود، روابط بدست آمده نمایانگر معادلات دیفرانسیل از نوع شرایط مرزی می باشند. این معادلات در مقایسه با معادلات دیفرانسیل از نوع شرایط اولیه بسیار کلی تر بوده و حل آنها مشکل تر است. با توجه به اینکه معادلات معرفی شده به شدت غیر خطی هستند، یافتن حل بسته تحلیلی عملاً غیر ممکن به نظر می رسد و نیاز به روشهای عددی احساس می گردد. این روشها عملاً به صورت تکرار عمل کرده و در این بین حل دقیقی را به نمایش می گذارند.

روشهای متنوعی برای حل مسئله کنترل بهینه مطرح است که هر کدام مزیت و معایبی دارند. بعضی از روشهای حل بدون تبدیل یک مسئله کنترل بهینه به معادلات دیفرانسیل از نوع شرط مرزی، اقدام به کمینه کردن تابع معیار کارایی می کنند. مثالی از این روش، روش برنامه نویسی پویا^{۱۴} است. در این روش تقریب غیر دقیقی از جواب حاصل می شود که برای تعداد بالای متغیرهای حالت بسیار زمانبر و نامناسب است.

با توجه به اینکه هدف حل مسئله کنترل بهینه است، روش حل مناسب و درخور این الگوریتم کنترلی باید برای حل معادلات بدست آمده انتخاب گردد. این روش باید دقیق و همچنین سریع باشد، روشهای متنوعی در این زمینه مطرح هستند که یکی از آنها روش پرتابی^۲ است. این روش ابتدا مسئله شرط مرزی را تبدیل به مسئله مقدار اولیه می کند در این حالت یک مقدار را برای شرط اولیه در نظر می گیرد و با این مقدار حدس زده شده به یافتن مقدار تابع در لحظه نهایی می پردازد [۱۰]. با این روش سعی در یافتن مقدار اولیه ای دارد که به نقطه نهایی مطلوب منتج می گردد.

در این تحقیق بهینه سازی با استفاده از دو روش الگوریتم ژنتیک و روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادینان موضعی انجام شده است. روش اول روشی متداول بوده و روش دوم روشی جدید است که در روشهای کنترل بهینه استفاده می شود. روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادینان موضعی برنامه غیر خطی حل مسئله بهینه سازی است. این روش بهینه سازی های غیر خطی مقید و محدود را با قیود خطی و غیر خطی انجام می دهد.

روش برای تولید مسیر برای ایجاد حدس اولیه

برای بکارگیری روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادینان موضعی نیاز به حدس اولیه داریم، این حدس اولیه با توجه به پیکر بندی بازو در نقاط ابتدایی و انتهایی و میانی بدست می آید.

روش الگوریتم ژنتیک نیازی به حدس اولیه نیست ولی برای تسریع در امر بهینه سازی و اینکه این روش بدون حدس اولیه ممکن است دارای جواب نباشد، این روش را نیز با حدس اولیه بکار می بریم. در این روش که روش عددی مستقیم، پرتابی تک مرحله ای^{۱۵} نام دارد، فضای کنترل به چند زیر بازه زمانی تقسیم می شود و پارامترهای کنترلی در هر زیر بازه به یک روش بهینه سازی تعیین می شوند. سپس مسیر کنترلی تولید شده بر روی ربات اعمال شده و از نظر قیدهای دینامیکی و سینماتیکی موجود در مسیر و مکانیزم ربات بررسی شده و مقدار تابع برازش مورد بهینه سازی برآورد می شود. سپس با تکرار این روش و توجه به گرادینان تغییرات مقدار تابع برازش و آنالیز حساسیت آن نسبت به پارامترهای کنترلی، مقادیر بهینه این پارامترها بدست خواهد آمد. از مزایای استفاده از این روش می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- بزرگی فضای بهینه سازی که استفاده از روش های متداول دیگر (پرتابی چند مرحله ای و روش ترتیبی^{۱۶}) را زمانبر می کند.
- در نظر گرفته شدن دینامیک کامل سیستم در روش پرتابی تک مرحله ای که در روش بالا بطور کامل در نظر گرفته نمی شود.

البته برای مقایسه جوابهای بدست آمده به هر دو روش ما از چندین حدس اولیه استفاده کردیم که در اینجا فقط یکی از آن حدسهای اولیه آورده شده است.

$$q_i = [\pi/2 \quad 3\pi/4 \quad -\pi/4 \quad \pi/4 \quad 0.5 \quad -0.5 \quad 0];$$

$$q_m = [0 \quad 3\pi/4 \quad -\pi/4 \quad \pi/4 \quad -0.2 \quad -0.2 \quad 0];$$

$$q_f = [-\pi/2 \quad 3\pi/4 \quad -\pi/4 \quad \pi/4 \quad -0.5 \quad 0.5 \quad 0];$$

که در آن q_i مختصات نقطه ابتدایی، q_m مختصات نقطه میانی و q_f مختصات نقطه انتهایی برای تولید مسیر است.

$$q = [\theta_1 \quad \theta_\gamma \quad \theta_\epsilon \quad \theta_\Delta \quad x \quad y \quad z];$$

نتایج بهینه سازی

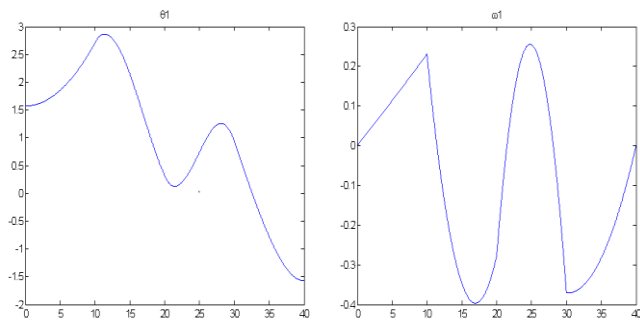
برای اینکه بتوان نتایج بهینه سازی را با نتایج اولیه قبل از بهینه سازی مقایسه کرد، نتیجه حدس اولیه را بدست می آوریم. این عدد نشانگر توان مصرفی سیستم در طی حرکت در مسیری است که با استفاده از حدس اولیه بدست آمد.

$$\sum |T_i * \omega_i| = 1.0986e + 0.3 \text{ W} \quad (23)$$

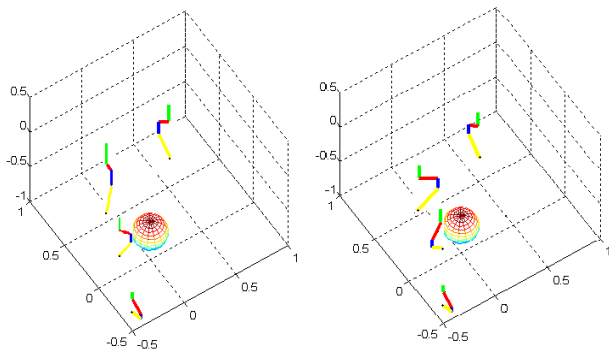
نتیجه بهینه سازی به روش الگوریتم ژنتیک

همانطور که گفته شد الگوریتم ژنتیک بدون حدس اولیه ممکن است برای برخی مسائل بهینه سازی به جواب مناسب نرسد به همین

^{۱۵} Direct numerical method, Single shooting
^{۱۶} Multiple shooting - Direct collocation

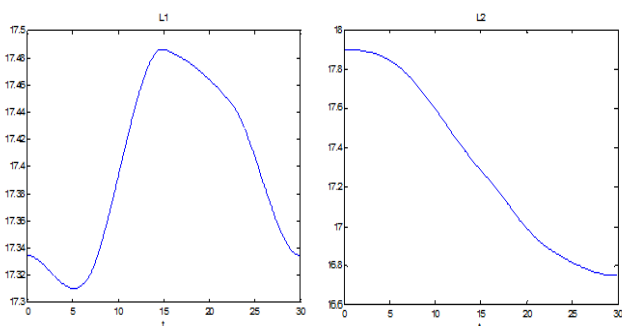


(شکل ۶): نمودارهای حرکت و سرعت لینک ۱ در روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی

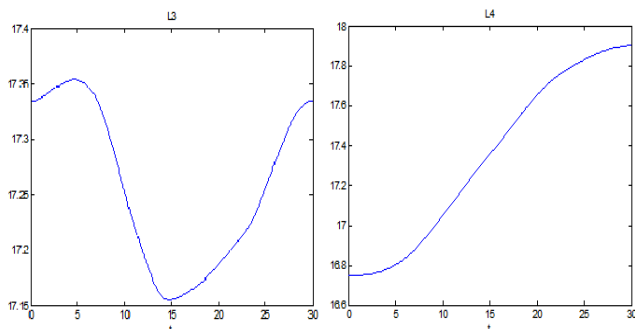


(شکل ۷): مسیر بازو (چپ) الگوریتم ژنتیک و (راست) روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی

نمودارهای موقعیت کابلها بر حسب نتایج بدست آمده در بهینه ترین مسیر در شکلهای ۸، ۹ آمده است.



شکل (۸): نمودار تغییرات طولی کابل ۱ و ۲ بر حسب زمان در بهینه ترین مسیر



شکل (۹): نمودار تغییرات طولی کابل ۳ و ۴ بر حسب زمان در بهینه ترین مسیر

خاطر برای این روش نیز حدس اولیه بکار برده شد. و نتیجه بدست آمده بصورت زیر است. این عدد نشانگر توان مصرفی در مسیری است که به روش الگوریتم ژنتیک به عنوان مسیر بهینه بدست آمده است.

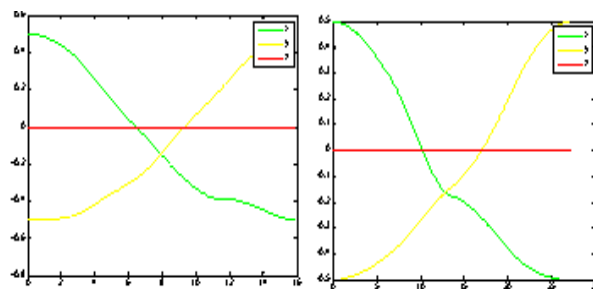
$$\sum |T_i * \omega_i| = 116.831 W \quad (24)$$

نتیجه بهینه سازی به روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی

نتیجه بدست آمده به روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی با همان حدس اولیه بصورت زیر است. این عدد نشانگر توان مصرفی در مسیری است که به روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی به عنوان مسیر بهینه بدست آمده است.

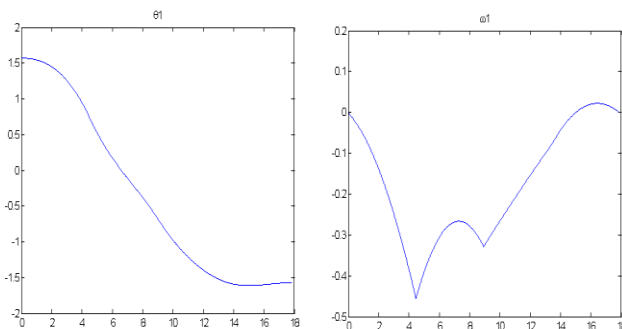
$$\sum |T_i * \omega_i| = 41.581 W \quad (25)$$

نمودار حرکت پایه در دو روش الگوریتم ژنتیک و روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی، به ترتیب از چپ به راست در شکل ۴ آمده است.



(شکل ۴): مختصات حرکت پایه ریاتی از نقطه شروع تا پایان، چپ) روش الگوریتم ژنتیک و (راست) روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی

نمودارهای حرکت و سرعت لینک ۱ (به عنوان نمونه) و همچنین مسیر حرکت بازو بصورت شماتیک در دو روش الگوریتم ژنتیک و روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی، به ترتیب در شکلهای ۵ و ۶ و ۷ آمده است.



(شکل ۵): نمودارهای حرکت و سرعت لینک ۱ در روش الگوریتم ژنتیک

فضای کاری مجموعه یک فضای مکعبی شکل به ابعاد $20 * 20 * 20$ (متر) در نظر گرفته شد. مانعی با شکل کره به قطر 0.15 متر و به مختصات مرکز $(0, 0, 0.6)$ (متر) در مسیر حرکت بازو در نظر گرفته شد. حرکت یک بازوی رباتی مکانیکی با پایه متحرک که با 4 کابل به حرکت در می آید مورد بررسی قرار گرفت. با استفاده از دو روش بهینه سازی الگوریتم ژنتیک و روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی حرکت مجموعه ربات بین دونقطه از مسیر حرکت با هدف حداقل انرژی مصرفی مورد بررسی قرار گرفت. به ازای مسیرهای اولیه مختلف در روش الگوریتم ژنتیک انرژی مصرفی در حدود 110 وات بدست آمد و در روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی انرژی مصرفی در حدود 50 وات بدست آمد. دلیل این تفاوت را می توان به این صورت بیان کرد که الگوریتم ژنتیک الگوریتمی است از نوع صفر که به جواب محلی ممکن است بیانجامد. ولی روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی روشی است مبتنی بر گرادیان و از درجه یک یا بالاتر که می تواند به جواب بهینه مطلق و یا جواب محلی بهتری بیانجامد.

نتایج بررسی ها نشان می دهد به ازای مسیرهای اولیه مختلف، روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی جواب های بهتری را نسبت به روش الگوریتم ژنتیک بدست می دهد. همچنین سرعت همگرایی در روش برنامه ریزی غیرخطی مبتنی بر گرادیان موضعی بسیار کوتاه تر از روش الگوریتم ژنتیک بوده است.

- [۱] Williams II, R.L., " Novel Cable-Suspended RoboCrane Support", J. Industrial Robot: An International Journal, ۳۲(۴), ۲۰۰۵, pp ۳۲۶-۳۳۳
- [۲] Bostelman, R.; Albus, J.; Graham, R.E., " RoboCrane and Emma Applied to Waste Storage Tank Remediation", The American Nuclear Society Seventh Topical Meeting on Robotics and Remote Systems, Augusta, Georgia, April ۲۷ to May ۱, ۱۹۹۷
- [۳] Bruckmann T. et. al., "Wire Robots Part II, Dynamics, Control & Application", Parallel manipulators, New Developments, Book, I-tech Education and Publishing, pp. ۱۳۳-۱۵۱, ۲۰۰۸.
- [۴] Kawamura, et. al., "High-speed manipulation by using parallel wire-driven robots". Robotica, Vol. ۱۸(۱), pp. ۱۳-۲۱, (۲۰۰۰).
- [۵] Katana ۴۵۰. On the WWW, at <http://neuronics.ch>
- [۶] Usher, K., Winstanley, G., and Corke, P., ۲۰۰۲. "A Cable-Array Robot for Air Vehicle Simulation". *Journal of Robotic Systems*, ۱۰(۵), ۲۰۰۲, pp. ۷۰۹-۷۲۴.
- [۷] Trajectory optimization. On the WWW, at http://en.wikipedia.org/wiki/Trajectory_optimization
- [۸] www.wikipedia.com.
- [۹] D. E. Kirk, Optimal Control Theory: An Introduction. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall Inc., ۱۹۷۰, pp. ۱۰۷-۲۰۱.
- [۱۰] J. Stoer and R. Bulirsch, Introduction to Numerical Analysis, ۲nd ed. New York, USA: Springer-Verlag, ۱۹۸۰, pp. ۵۰۱-۵۳۵.
- [۱۱] Moritz, D., Hans, G.B., Holger, D., Pierre, B.W "A combined approach to nonlinear model predictive control of fast systems ", ۲۰۰۵
- [۱۲] Jasem, T., Pu, L., "A combined approach to nonlinear model predictive control of fast systems ". *Journal of Process Control* ۲۰, (۲۰۱۰), pp ۱۰۹۲-۱۱۰۲