تمرین های امواج

تاریخ تحویل: ۲۱ اسفند ۹۰

۱۳ اسفند ۱۳۹۰

۱. موج متحرک $\psi(x,t) = A\cos(kx-\omega t)$ از برهم نهی دو موج ایستاده بوجود می آید، آن دو موج را بیابید. موج ایستاده $\psi(x,t) = A\cos(kx)\cos(\omega t)$ از بر هم نهی دو موج متحرک که در جهت های مخالف پراکنده می شوند بوجود می آید، آن دو موج را بیابید. نشان دهید آن دو موج متحرک

$$\psi(x,t) = A\cos(kt-\omega t) + AR\cos(kt+\omega t)$$

هستند که می توان آن ها را از بر هم نهی دو موج ایستاده

$$\psi(x,t) = A(1+R)\cos(kx)\cos(\omega t) + A(1-R)\sin(kx)\sin(\omega t)$$

بدست آورد.

۲. مسئله دو نوسانگر جفت شده، مورد بحث در مثال ۸، را در حالتی که ثابت نیروی هر سه فنر جملگی با هم متفاوت باشند، مجدداً در نظر بگیرید. دو بسامد طبیعی(بسامدمشخصه یا بسامدویژه) را بیابید و از نظر مقداری با بسامدهای دو نوسانگر در غیاب جفت شدگی مقایسه کنید.

۳. مختصات طبیعی(مختصات بهنجار) مربوط به مثال ۸ را وقتی جرم ها متفاوت اند، $m_1 \neq m_2$، پیدا کنید. باز هم می توانید فرض کنید که kها برابرند.

۴. تبدیل فوریه تابع زیر را محاسبه و ترسیم کنید.

$$\Psi(x,t) = \begin{cases} 1+\cos(k_0x-\omega_0 t) & |x-\frac{\omega_0}{k_0}t| < L \\ 0 & |x-\frac{\omega_0}{k_0}t| > L \end{cases}$$

۵. تابع $A(k)$ را که به صورت زیر تعریف شده است در نظر بگیرید

$$A(k) = \begin{cases} 0 & k < -a \\ 1 & -a < k < a \\ 0 & k > a \end{cases}$$

نشان دهید تبدیل فوریه این تابع عبارت است از

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\sin ax}{x}$$

از این نتیجه استفاده کنید و نشان دهید

$$\int_0^\infty \frac{\sin ax}{x} = \begin{cases} \pi/2 & a > 0 \\ 0 & a = 0 \\ -\pi/2 & a < 0 \end{cases}$$

(راهنمایی: فرض کنید $k = 0$.)