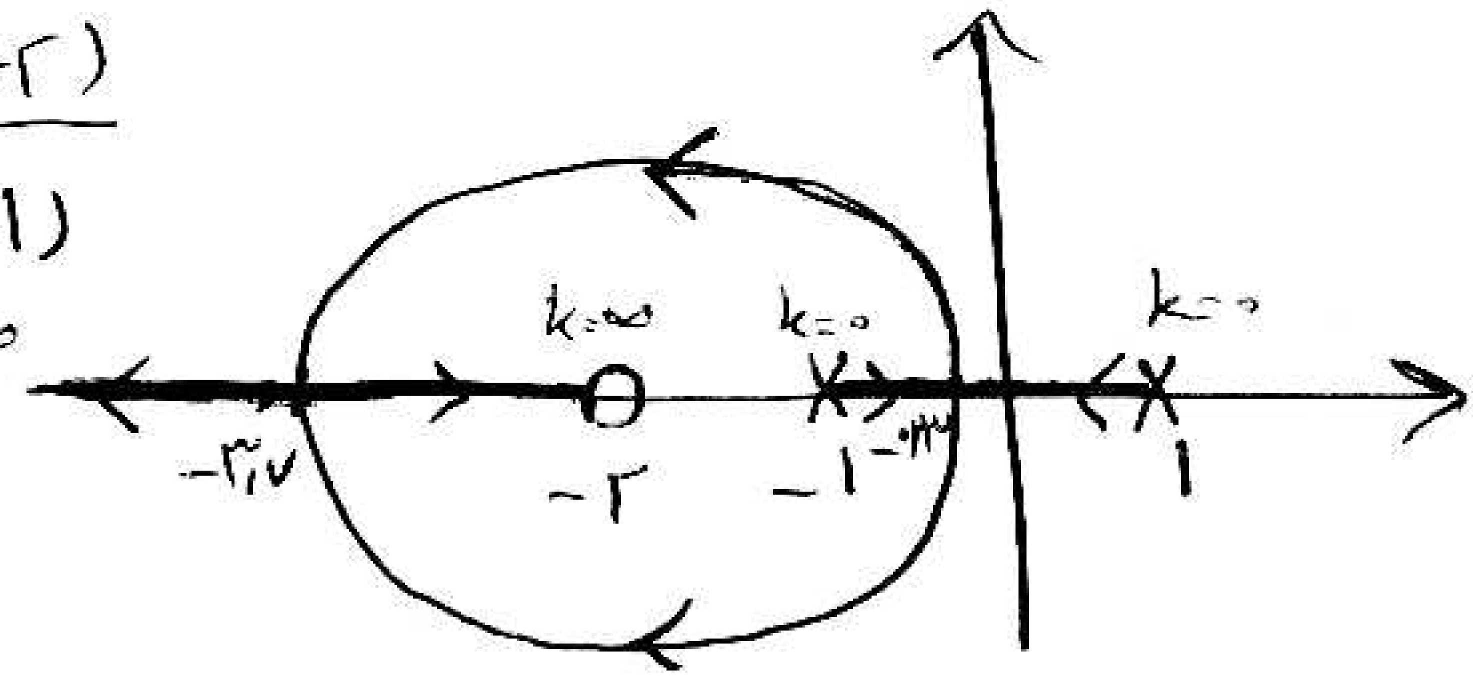
(۴-۲

$$G(s)=\frac{2.5k(s+2)}{(s-1)(s+1)}$$



ابتدا صفر و قطب حلقه باز را مشخص و محل مکان ریشه بر روی محور حقیقی را تعیین می‌کنیم.

برای تعیین محل شکست مکان ریشه‌ها:

$$\frac{dG(s)}{ds}=0 \rightarrow s_{1,2}=-2\pm\sqrt{3}$$

$$s_1 \simeq -3.7$$

$$s_2 \simeq -0.3$$

به ازای مقادیری از k که مکان ریشه‌ها در سمت چپ محور گذر برد سیستم پایدار است.

مخرج تابع تبدیل حلقه بسته $= s^2+2.5ks+5k-1$

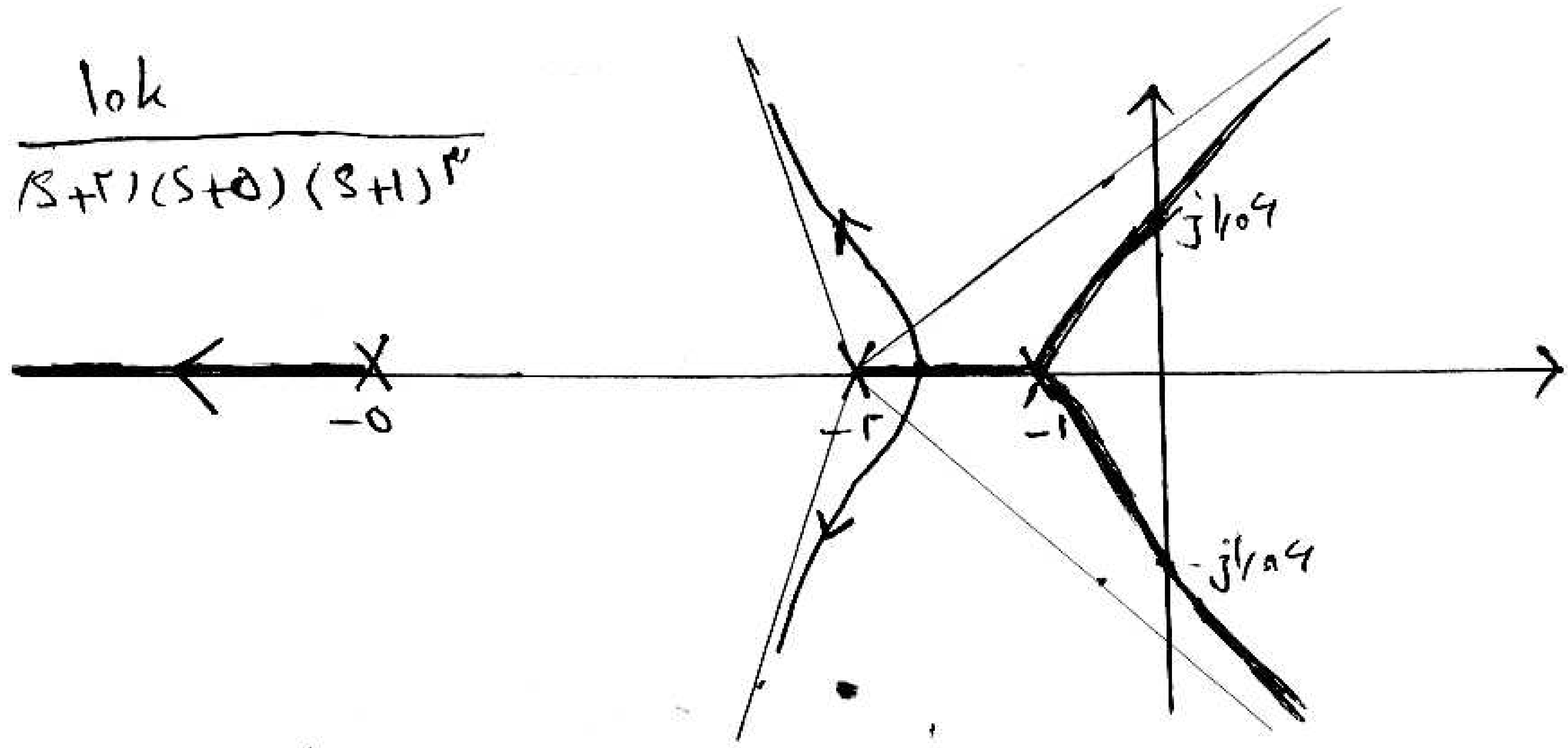
s^2	1	$5k-1$
s^1	$2.5k$	
s^0	$5k-1$	

شرط پایداری: $2.5k>0$ و $5k-1>0 \rightarrow \boxed{k>1/5}$

(۴-۳

(۳ قطب در ۱-)

$$G(s)=\frac{10k}{(s+2)(s+5)(s+1)^3}$$



زاویه مجانب‌ها $=\frac{(2k+1)180}{5}=36^\circ,\ 108^\circ,\ 180^\circ,\ 252^\circ,\ 324^\circ$

محل تلاقی مجانب‌ها $\sigma=\frac{-1-1-1-2-5}{5}=-2$

به ازای $k=3.35$ سطر s^1 صفر می‌شود.

سطر s^2: $38.33s^2+43.5=0 \rightarrow s_{1,2}=\pm j1.06$

محل تلاقی با محور موهومی:

مخرج تابع تبدیل حلقه بسته $= s^5+10s^4+34s^3+52s^2+37s+10+10k$

s^5	1	34	37
s^4	10	52	$10(1+k)$
s^3	28.8	$(36-k)$	
s^2	$\frac{1137.6-10k}{28.8}$	$10(1+k)$	
s^1	α		

$\rightarrow \alpha=0 \Rightarrow 10k^2-9792k+32609.2=0$

$\rightarrow k = 3.3504$ ✓ ، $975.84 \rightarrow$ غیرقابل قبول

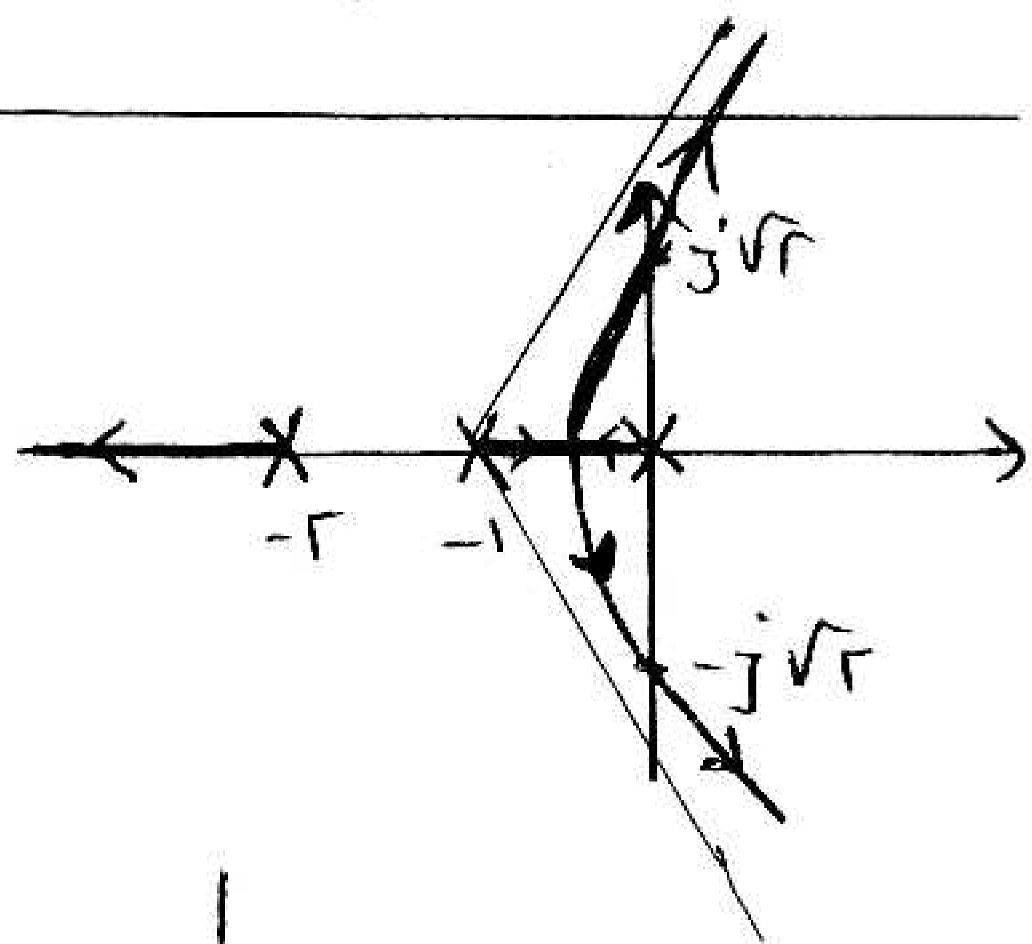
ادامه

$$\frac{dG}{ds}=0 \rightarrow 5s^4+25s^3+102s^2+164s+37=0$$ محل شکست مکان ریشه:

$$\rightarrow \begin{cases} s_1=s_2=-1 \\ s_3=-1.7351 \\ s_4=-3.2649 \end{cases}$$ ✗ خارج از مکان ریشه‌ها

(۷-۴)

$$G(s)=\frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$



$$\text{زاویه مجانب‌ها} = \frac{(2k'+1)180}{3} = \begin{cases} 60^\circ \\ 180^\circ \\ 300^\circ \end{cases}$$

$$\text{محل تلاقی مجانب‌ها}\ \sigma = \frac{0-1-2}{3} = -1$$

برای تعیین محل شکست روی مکان ریشه‌ها:

$$\frac{dG(s)}{ds}=0 \rightarrow \begin{cases} s_1=-1.5774 & \text{✗ روی مکان نیست} \\ s_2=-0.4226 & \checkmark \end{cases}$$

$$\text{تابع تبدیل حلقه بسته} = \frac{k}{s^3+3s^2+2s+k}$$

مخرج تابع تبدیل از درجه ۳ می‌باشد لذا نمی‌توان با فرم استاندارد $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$ ، ریشه‌ها را بدست آورد. از آنجایی که ریشه حلقه باز (۲-) با افزایش k روی محور می‌ماند و از محور دور می‌شود قطب غیرغالب می‌باشد. ۲ قطب حلقه باز ۰ و ۱- با افزایش k می‌توانند از روی محور حقیقی خارج شده و میرای ضعیف گردند.

می‌دانیم $\cos\theta=\zeta$ یا $\theta=\cos^{-1}\zeta$

بنابراین اگر خطی از مبدا مختصات با زاویه θ رسم کنیم نقاط روی آن دارای میرایی ζ خواهند بود. برای $\zeta=0.3$ ، $\theta=\cos^{-1}0.3$ یا $\theta=72.54^\circ$. اگر مکان ریشه‌ها دقیق رسم شده باشد می‌توان محل تلاقی مکان ریشه با خط $\theta=72.54^\circ$ را به راحتی بدست آورد:

$$s_{1,2}=-0.25\pm j0.81$$

برای اینکه قطب‌های سیستم حلقه بسته $s_{1,2}$ باشند باید از شرط اندازه صدق کنند. مقدار k بدست خواهد آمد. (فایده؟)

$$|k|=\frac{\text{حاصلضرب فاصله از قطب‌ها}}{\text{حاصلضرب فاصله از صفرها}}=1.78 \xrightarrow{\text{تابع تبدیل حلقه بسته}} \frac{1.78}{s^3+3s^2+2s+1.78}$$

محل تلاقی با محور موهومی:

$$\text{مخرج تابع تبدیل حلقه بسته} = s^3+3s^2+2s+k$$

s^3	1	2
s^2	3	k
s^1	$\frac{6-k}{3}$	0
s^0		

$$\rightarrow k=6 \rightarrow 3s^2+6=0 \rightarrow s^2+2=0 \rightarrow s_{1,2}=\pm j\sqrt{2}$$

به ازای $k>6$ سیستم ناپایدار می‌شود. مکان ریشه‌ها سمت راست محور قرار می‌گیرند.